2) Expression de $f(x)$ sans valeur absolue:

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{-x+1}, x\le -1 \\ f(x)=\dfrac{-x^2-x+1}{-x+1}, x\in[-1,0] \\ f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x+1}, x\ge 0 \end{cases}$$

Donc:

$$\begin{cases} f'(x)=\dfrac{-x^2+2x+1}{(-x+1)^2}, x\le -1 \\ f'(x)=\dfrac{x^2-2x}{(-x+1)^2}, x\in\,]-1,0[\\ f'(x)=\dfrac{x^2+2x}{(x+1)^2}, x\ge 0 \end{cases}$$

On a:

$-x^2+2x+1=0, \Delta'=2$

$x'=1-\sqrt{2}\notin\,]-\infty,-1[$ et $x''=1+\sqrt{2}\notin\,]-\infty,-1[$

Donc:

x	$+\infty$	x'		x''	$+\infty$
$-x^2+2x+2$	$-$	0	$+$	0	$-$

$\Rightarrow f'(x)<0$ *sur* $]-\infty;-1[$

On a aussi: $x^2-2x>0$ pour $x\in\,]-1,0[$

et $x^2+2x\ge 0$ pour $x\in[0,+\infty[$.

T.V :

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$		$+$		
$f(x)$	$+\infty$	↘		↗		↗	$+\infty$
			$\frac{1}{2}$				

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2+x+1}{-x+1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2}{-x}=+\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+x+1}{x+1}=+\infty$$

Branches infinies:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+x+1}{x^2+x}=1$$

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)-x=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+x+1}{x+1}-x$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+x+1-x^2-x}{x+1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x+1}=0$$

Donc $\Delta: y=x$ est une asymptote à C_f au $V_{+\infty}$.

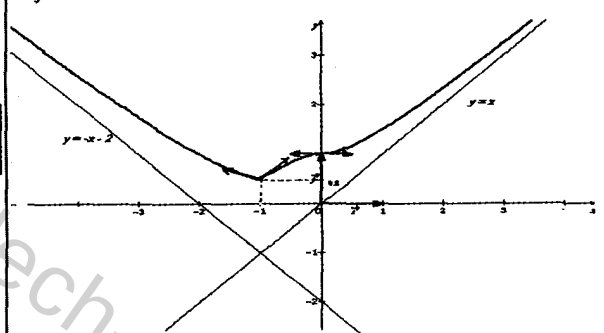
$$\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2+x+1}{x(-x+1)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2+x+1}{-x^2+x}=-1$$

$$\lim_{x\to-\infty}f(x)+x=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2+x+1}{-x+1}+x$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2+x+1-x^2+x}{-x+1}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{2x+1}{-x+1}=-2$$

Donc $\Delta': y=-x-2$ est une asymptote oblique a C_f au Voisinage de - ∞.



Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn